Развитие математических способностей обучающихся в основной школе.

Стимулирование мотивации обучающихся.

В последнее время наблюдается значительный рост интереса к проблемам математического образования. Это связано с тем, что значение математики в жизни человеческого общества возрастает с каждым днём. Высокий уровень развития математики является необходимым условием подъёма и эффективности целого ряда важнейших областей знаний. Развитие наук в последнее время характеризуется тенденцией к их математизации, и это касается не только физики, астрономии или химии, но и таких наук, как современная биология, медицина, метеорология, экономика, лингвистика и другие. Математические методы и математический стиль мышления проникают всюду. Трудно найти такую область знаний, к которой математика не имела бы никакого отношения. С каждым годом математика будет находить всё более широкое применение в разнообразных областях человеческой деятельности. Принципиально область применения математики неограниченна, указывает академик А.Н. Колмогоров. Одной из инициатив, выдвинутой президентом в проекте «Наша новая школа» является поддержка талантливых детей. Задатки есть у всех или почти у всех детей. Развернуть их

в способности очень сложная задача. И школа совместно с психологами, малым социумом и родителями должна кропотливо находить склонности, задатки, потребности, интересы каждого ребенка и помнить, что и обычных детей надо учить как талантливых.

Понятие «способности» употребляется учителем в самых разных сочетаниях: «способный ученик», «одаренный ученик», «талантливый ученик», «у этого ученика есть природные способности», «у него большие задатки» и т. д. В дидактике и методике преподавания математики мы говорим о творческих, исследовательских, познавательных способностях, о способностях к счёту или другим видам математической деятельности. Каждый из учебных предметов в школе (физика, история, физкультура и т. д.) требует наряду с более общими способностями некоторых специальных способностей, обусловленных своеобразием этого предмета. Для успешного выполнения каждой

деятельности необходимы и более общие и более специальные способности. Один из психологов, исследовавших математические способности у школьников, В.А.Крутецкий дает следующее определение математическим способностям: «Под способностями к изучению математики мы понимаем индивидуально-психологические, отвечающие требованиям учебной математической деятельности и обусловливающие на прочих равных условиях успешность творческого овладения математикой как учебным предметом, в частности относительно быстрое, легкое и глубокое овладение знаниями, умениями и навыками в области математики».

Математическая способность характеризуется обобщённым, свёрнутым и гибким мышлением в сфере математических отношений, числовой и знаковой символики и математическим складом ума. Среди наиболее важных компонентов математических способностей выделяются специфическая способность к обобщению математического материала, способность к пространственным представлениям, способность к отвлеченному мышлению, анализу, синтезу, сравнению. Приемы умственных действий - сравнение, обобщение, анализ, синтез, - в литературе также называют логическими приемами мышления. При организации развивающей работы над формированием и развитием логических приемов мышления наблюдается значительное повышение результативности процесса независимо от исходного уровня развития ребенка. Логические упражнения представляют собой одно из средств, с помощью которого происходит формирование у детей гибкого мышления. В процессе логических упражнений дети учатся сравнивать математические объекты, выполнять простейшие виды анализа и синтеза, устанавливать связи между родовыми и видовыми понятиями.

Говоря о математических способностях как особенностях умственной деятельности, следует указать на несколько распространенных заблуждений. Во-первых, многие считают, что математические способности заключаются прежде всего в способности к быстрому и точному вычислению (в частности в уме). На самом деле вычислительные способности далеко не всегда связаны с формированием подлинно математических (творческих) способностей. Во-вторых, многие думают, что способные к математике школьники отличаются очень хорошей памятью на формулы, цифры, числа. Однако, как указывал академик Колмогоров, успех в математике меньше всего основан на

способности быстро и прочно запоминать большое количество фактов, цифр, чисел, формул. Наконец, считают, что одним из показателей математических способностей является быстрота мыслительных процессов. Однако быстрый темп работы сам по себе не имеет отношения к математическим способностям. Ученик может работать медленно и неторопливо. Но в то же время вдумчиво, творчески, успешно продвигаясь в усвоении математики.

Чем же характеризуется умственная деятельность способных к математике учащихся? Прежде всего нужно отметить, что способности к математике сказываются в характере восприятия математической задачи (задачи в широком смысле слова). Способные учащиеся, воспринимая задачу, сразу выделяют показатели, существенные для данного типа задач, величины, не существенные для данного типа задач, но существенные для данного конкретного варианта. Это позволяет способным учащимся при восприятии задачи сразу видеть ее «скелет», освобожденный от всех конкретных

значений и словно просвечивающийся сквозь конкретные данные. Иначе говоря, для способных к математике учащихся характерно формализованное восприятие математического материала (математических объектов, отношений и действий), связанное с быстрым схватыванием в конкретной задаче, в математическом выражении их формальной структуры.

Мышление способных учеников (в процессе математической деятельности) характеризуется:

* быстрым и широким обобщением (каждая конкретная задача решается как типовая);
* тенденцией мыслить свернутыми умозаключениями (при наличии очень четко логически
* обоснованной канвы);
* большой подвижностью мыслительных процессов, многообразием аспектов в подходе к

решению задач, легким и свободным, переключением от одной умственной операции к другой, с прямого на обратный ход мысли;

* стремлением к ясности, к простоте, рациональности, экономности (изяществу) решения.

Память способных к математике учеников различно проявляется по отношению к различным элементам математических систем (задач). Их память имеет обобщенный характер. Быстро запоминаются и прочно сохраняются типы задач и способы их решения, схемы рассуждений, доказательств, логические схемы. Что же касается памяти на конкретные данные, цифры, числа, то она нейтральна по отношению к математическим способностям. Такие ученики отличаются хорошо развитыми пространственными представлениями. Однако при решении задач они могут обходится без опоры на наглядные образы (даже там, где задача наталкивает на это). В каком-то смысле

логичность заменяет им «образность», они не испытывают трудностей при оперировании абстрактными схемами.

Роль интуиции в математическом творчестве очевидна. Весь комплекс неосознанных ощущений напрямую связан с бессознательной частью работы над проблемой, в результате которой возможно озарение. В геометрических задачах далеко не всегда удается указать алгебраическое решение, приводящее к успеху. Здесь помимо формального знания многочисленных соотношений между элементами геометрических фигур необходимо иметь интуицию и опыт. Важно уметь видеть комбинацию тех или иных геометрических элементов, невидимые пока на рисунке линии, возможно

дополнительные построения, облегчающие анализ задачи.

Компонент творчества в математическом мышлении - способность мыслить в разных направлениях, где в качестве одного из основных показателей выступает оригинальность. В этом случае творческий процесс включает в себя поиски решений, возникновение и формулирование гипотез, проверку и перепроверку этих гипотез. Выделим некоторые принципы работы по развитию математических способностей учащихся.

Принцип активной самостоятельной деятельности учащихся. Он требует от учителя четкого выделения времени на объяснение нового материала. Предпочтительно вводить теоретический материал довольно крупными порциями — тем самым быстро осознается достаточно полная система фактов, необходимых для решения задач по данной теме. Но после этого нужно отвести не часть урока, а одно или несколько занятий полностью на решение задач. Обычно ребятам сообщают номера (или тексты) сразу всех 5—6 задач, которые будут решены на уроке или на кружке. Класс работает самостоятельно. Сильные учащиеся при этом загружены весь урок, хотя оформлять решение до конца для них необязательно, достаточно сообщить учителю о том, что получены верные ответы. Основная часть класса справляется с меньшим числом заданий, но при этом тоже работает

самостоятельно. Роль учителя сводится к выборочному контролю, к занятию с отстающими.

Принцип учета индивидуальных и возрастных особенностей учащихся предполагает наличие у учителя четких представлений о возможностях каждого ученика, о динамике роста его потенциала. С учетом этой динамики нужно предлагать индивидуальные задачи. Они должны быть доступными для учащихся средних возможностей. Тем самым ребята предохраняются от обескураживающего действия неудачи. В то же время более способные ребята требуют трудных задач, на которых они могут испытать свои умственные силы. Подготовка индивидуальных заданий требует от учителя широкой задачной эрудиции». К методическим средствам реализации указанного принципа относятся краткие содержательные обсуждения идей и методов решения. На определенном этапе — на рубеже VII—VIII классов — учащиеся начинают понимать, что усвоение нового метода способствует успеху в большей мере, нежели доведенное до конца «кустарное» решение.

Принцип постоянного внимания к развитию различных компонентов математических способностей заставляет отметить сложность проявления этих способностей. Учителя почти никогда не знают, какой подход обеспечит данному ученику наибольший успех и продвижение вперед. Кажется логичным заключить, что наибольшие достижения возможны при достаточном внимании ко всем компонентам математических способностей. Достигается это с помощью правильного подбора тематики задач, рассмотрения различных подходов к решению одной и той же задачи. Полезны приемы, направленные на повышение удельного веса геометрических, наглядных соображений.

Они экономят время урока, так как наглядность может заменить и словесную формулировку условия, и подробную запись решения. При разборе задач очень важно помнить о принципе соревнования. Во внеурочных условиях хорошо зарекомендовали себя различные математические олимпиады, «бои» и т. д., но элементы состязания возможны и на уроке. К соревнованию побуждают следующие вопросы учителя: «Кто решит быстрее? У кого решение получилось самое короткое? Самое простое? Самое неожиданное?» и т. д.

Иногда высказывается мнение, что соревнования травмируют, деформируют сознание школьников и в результате слабые учащиеся еще острее чувствуют свою отсталость, а лучшие «математики» классатзазнаются. Эти опасения имеют основания. Но существуют и меры компенсации: предлагаемые задания должны быть посильны. Следует учитывать также, что учащиеся VII — IX классов уже довольно трезво оценивают свои математические способности. Рассматривая задачи, доступные учащимся, нельзя забывать о принципе профессионализма. Он требует, чтобы школьники уверенно владели системой опорных задач. Для этого нужна ежедневная работа по закреплению навыков, повторению ключевых идей и методов. Кроме того необходимо следовать принципу яркости. Это означает, что занятия должны быть разнообразны по форме и интересны по содержанию. Свою подлинную увлеченность предметом учитель может продемонстрировать подбором красивых и разнообразных задач, рассказами из истории математики.

В процессе работы над развитием математических способностей обучающихся ставятся следующие задачи:

* Создание атмосферы заинтересованности каждого ученика в работе класса и заинтересованности класса в работе каждого ученика.
* Стимулирование учащихся к высказываниям, использованию различных способов выполнения заданий без боязни ошибиться, получить неправильный ответ. («Не ошибается только тот, кто не работает». При решении задач всегда указывать различные

способы их решения, как рациональные, так не рациональные).

* Использование в ходе урока дидактического материала, позволяющего ученику выбирать

наиболее значимые для него вид и форму учебного содержания.

* Оценка деятельности ученика не только по конечному результату (правильно-неправильно), но и по процессу его достижения.
* Поощрение стремления ученика находить свой способ работы (решения задачи), анализировать способы работы других учеников в ходе урока, выбирать и осваивать наиболее рациональные.
* Создание педагогических ситуаций общения на уроке, позволяющих каждому ученику

проявлять инициативу, самостоятельность, избирательность в способах работы; создание обстановки для естественного самовыражения ученика.

* Создание на уроке комфортной, благоприятной обстановки для каждого ребенка.

В результате целенаправленной работы по развитию математических способностей у учащихся повышается уровень успеваемости и качества знаний, развивается интерес к предмету. Математические способности - сложное структурное психическое образование, своеобразный синтез свойств, интегральное качество ума, охватывающее разнообразные его стороны и развивающееся в процессе математической деятельности. Способности - понятие динамическое. Они не только проявляются и существуют в деятельности, они в деятельности создаются, в деятельности и развиваются. Соответственно и математические способности существуют только в динамике, в развитии, они формируются, развиваются в математической деятельности. Надо помнить, что математические способности должны сочетаться с глубокими и действенными

интересами и склонностями к математике. Работая на протяжении ряда лет над проблемой развития математических способностей обучающихся, мы убедились в том, что значительные педагогические усилия необходимо направлять на мотивацию учащихся. Наиболее эффективно ее можно осуществлять за счет целостной организации образовательного процесса, использования прогрессивных образовательных технологий и методов. В подавляющем большинстве учебников и дидактических пособий для средней школы практически отсутствуют задачи, которые способствовали бы подготовке учеников к деятельности творческого характера и формированию у них соответствующих математических способностей. Математические знания учащихся слишком часто

оказываются формальными и невостребованными, у основной массы учащихся не формируется разумный подход к поиску способа решения незнакомых задач.

Поэтому на уроках математики необходимо более активно заниматься развитием навыков в применении общих форм математической деятельности, таких, как:

* использование известных алгоритмов, формул, процедур;
* кодирование, преобразование, интерпретация: комбинаторика, классификация, сравнение и синтез; правдоподобные рассуждения;
* выдвижение и проверка гипотез, доказательство и опровержение;
* разработка алгоритмов.

В качестве примера рассмотрим задачи, решение которых способствует развитию у учащихся навыков в использовании общих форм математической деятельности.

**1. Использование известных алгоритмов, формул, процедур.**

К сожалению, в преподавании математики по-прежнему доминирует подход, связанный с отработкой конкретных методов решений. Существует такой тезис: «Если учащемуся предлагают упражнения только одного типа, выполнение каждого из них сводится к одной и той же операции, если эту операцию не приходится выбирать среди сходных и условия, данные в упражнении, не являются для учащегося непривычными и он уверен в безошибочности своих действий, то учащийся перестает задумываться об их обоснованности». Этот тезис можно подкрепить описанием следующей психолого-дидактической закономерности: последовательность рассуждений (А, В, С.....М),

повторяющаяся при решении однотипных задач, может свертываться до составной ассоциации (А, М). Однако обратный процесс — развертывание — происходит без потерь не у всех учащихся.

**Задача 1.** Некоторое число умножили на 3, а затем к полученному произведению прибавили 2. Верно ли, что полученное число больше исходного? Ясно, что За + 2 > а только при а > - 1, но какой процент, к примеру, семиклассников сразу даст верный ответ?

**Задача 2.** Решите уравнение. Большая часть учеников начнет решение с нахождения ОДЗ и раскрытия модуля. А между тем можно сразу перейти к уравнению.

Целесообразно задать учащимся такой вопрос: «Как вам кажется, какое уравнение проще

решить, данное выше или уравнение?».

**2. Кодирование, преобразование, интерпретация.**

Простейшим примером использования указанных форм деятельности является замена переменной, перевод задачи с одного математического языка на другой (от алгебры к геометрии и обратно). Кодирование или переформулировка способствует выявлению скрытых свойств объектов (существенных для данной задачи) путем включения их в другую систему связей. Использование разнообразных формулировок задачи способствует ее пониманию. Культура мышления предполагает развитое умение думать об одном и том же на разных языках. Нужно уметь создавать и пользоваться различными моделями. А потому важно научить школьников переводить условия и результаты с одного языка на другой, т.е. кодировать информацию, понимать смысл (т.е. интерпретировать) полученных в результате исследования результатов. Многие школьные задачи содержат в себе элементы кодирования, преобразования, интерпретации (к примеру, практически все текстовые задачи.

**Задача 3.** Докажите, что если от произвольного двузначного числа отнять двузначное число, записанное теми же цифрами в обратном порядке, то получится число кратное девяти. Самая первая кодировка, с которой знакомятся школьники в процессе обучения математике, — это десятичная (позиционная) запись натуральных чисел. Если — исходное число, то, а число, «записанное теми же цифрами в обратном порядке», равно , поэтому их разность кратна девяти.

**3. Классификация и систематизация, сравнение и синтез**

Классификация — прием, суть которого заключается в разбиении данного множества объектов на попарно непересекающиеся подмножества (классы) в соответствии с так называемым основанием классификации, т.е. признаком, существенным для рассматриваемых объектов. Систематизация - это объединение объектов или знаний о них путем выявления существенных связей между ними, установление порядка между частями целого на основе определенного закона, правила или принципа. Как писал У. У. Сойер : «Математика — это классификация и изучение всех возможных закономерностей». Однако навыки в проведении классификации и систематизации необходимы далеко не только математикам, но инженерам и врачам, юристам и экономистам, менеджерам и т.д.

В математике часто встречается дихотомия, т.е. разбиение множества на два подмножества. Действительно, натуральные числа разделяются на простые и составные, действительные числа - на рациональные и иррациональные Целые числа можно различать по их остаткам при делении на какое-то число. Естественнее всего классификация появляется при решении комбинаторных задач.

А) упражнения на выделение общих и существенных свойств и понятий.

Найдите общие свойства в последовательности чисел

1, 4, 9, 16, 25, 36, …(квадраты)

82, 97, 114, 133, …(+15, +17, +19)

Б) Упражнения на классификацию

Проведите классификацию:

1) понятия треугольник (принимая одновременно во внимание два признака –

сравнительную длину стороны и величину углов); Проверьте правильность следующих классификаций

* А) треугольники делятся на остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равносторонние, равнобедренные;
* Б) прямоугольники могут быть равносторонними и неравносторонними. Укажите существенные признаки понятий (родовой и видовой).
* А) квадрат (многоугольник с разными сторонами)
* Б) цифра (математическое изображение числа) Даны три понятия, между первыми двумя существует определенная связь, между третьим и одним из предложенных существует аналогичная связь, надо найти четвертое слово:
* А) слагаемое – сумма; множитель -? (разность, произведение, делитель, умножение)
* Б) диаметр – радиус; окружность -? (дуга, сегмент, отрезок, линия).

Задания такого типа развивает способности описывать свойства предметов по определенным параметрам, устанавливать связи между различными явлениями, легко переходить от одних связей к другим. Формируется установка на то, что возможны различные способы объединения и расчленения группы предметов, а поэтому не стоит ограничиваться одним правильным решением. Данный тип заданий учит мыслить творчески.

Проблема способностей – это проблема индивидуальных различий. Каждый человек к чему-нибудь оптимально способен, но способности людей не одинаковы. Каждый человек более способен к одним и менее способен к другим видам деятельности. Это ставит перед школой задачу максимально возможного развития всех способностей ученика, уделяя при этом внимание развитию главной, ведущей способности, как основы его будущеё профессиональной направленности. Учитель математики на своих уроках развивая математические способности учеников, учитывает возможности и интересы каждого из них. Правильно организованное математическое образование всегда означает духовный рост, становление личности обучающегося, успешную самореализацию в

будущем. Следовательно, учителя математики должны вести систематическую работу по развитию математических способностей у всех школьников, по воспитанию у них интересов и склонностей к математике и наряду с этим должны уделять особое внимание, проявляющим повышенные способности к математике, организовать специальную работу с ними, направленную на дальнейшее развитие этих способностей.

B заключение подчеркну, что развитие у обучающихся математических способностей напрямую зависит от личности учителя. Если школьникам будет неинтересно с ним, если они не почувствуют роста своих возможностей, то они не захотят заниматься математикой